Guía de problemas de física para el ETS

Programa 2023

Turno matutino

28/11/2024

1 Análisis Dimensional

Ejemplo 1

Determina si la ecuación $v = at$ es dimensionalmente consistente, donde v es la velocidad, a es la aceleración y t es el tiempo.

Solución La velocidad v tiene dimensiones [L/T]. La aceleración a tiene dimensiones [L/T^2]. El tiempo t tiene dimensiones [T]. Entonces, at tiene dimensiones [L/T^2] $\times$ [T] = [L/T]. Por lo tanto, la ecuación es dimensionalmente consistente.

Ejemplo 2

Determina si la ecuación $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ es dimensionalmente consistente, donde s es la distancia, u es la velocidad inicial, a es la aceleración y t es el tiempo.

Solución: La distancia s tiene dimensiones [L]. La velocidad inicial u tiene dimensiones [L/T]. La aceleración a tiene dimensiones [L/T^2]. El tiempo t tiene dimensiones [T].

La primera parte de la ecuación, ut, tiene dimensiones [L/T] $\times$ [T] = [L].

La segunda parte de la ecuación, $\frac{1}{2}at^2$, tiene dimensiones [L/T^2] $\times$ [T^2] = [L].

Ambas partes de la ecuación tienen dimensiones de longitud, por lo que la ecuación es dimensionalmente consistente.

Ejemplo 3

La ecuación para la energía cinética es $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Determina si esta ecuación es dimensionalmente consistente, donde E_k es la energía cinética, m es la masa y v es la velocidad.

Solución: La energía cinética E_k tiene dimensiones [M][L^2]/[T^2].

La masa m tiene dimensiones [M].

La velocidad v tiene dimensiones [L]/[T].

Entonces, v^2 tiene dimensiones ([L]/[T])^2 = [L^2]/[T^2].

Multiplicando por la masa, $\frac{1}{2}mv^2$ tiene dimensiones [M] $\times$ [L^2]/[T^2] = [M][L^2]/[T^2], que son las dimensiones correctas para la energía.

Por lo tanto, la ecuación es dimensionalmente consistente.

Ejemplo 4

Verifica si la ecuación $F = ma$ es dimensionalmente correcta, donde F es la fuerza, m es la masa y a es la aceleración.

Solución: La fuerza F tiene dimensiones [M][L]/[T^2].

La masa m tiene dimensiones [M].

La aceleración a tiene dimensiones [L]/[T^2].

Multiplicando, ma tiene dimensiones [M] $\times$ [L]/[T^2] = [M][L]/[T^2], que son las dimensiones correctas para la fuerza.

Por lo tanto, la ecuación es dimensionalmente consistente.

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $p = \rho g h$ es dimensionalmente consistente, donde p es la presión, ρ es la densidad, g es la aceleración debido a la gravedad y h es la altura.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

2. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $P = \frac{W}{t}$ es dimensionalmente consistente, donde P es la potencia, W es el trabajo y t es el tiempo.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

3. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $Q = mc\Delta T$ es dimensionalmente consistente, donde Q es el calor, m es la masa, c es la capacidad calorífica y ΔT es el cambio de temperatura.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

4. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $F = \frac{GMm}{r^2}$ es dimensionalmente consistente, donde F es la fuerza, G es la constante de gravitación universal, M y m son las masas y r es la distancia.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

5. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $E = h\nu$ es dimensionalmente consistente, donde E es la energía, h es la constante de Planck y ν es la frecuencia.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

6. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $I = \frac{V}{R}$ es dimensionalmente consistente, donde I es la corriente, V es el voltaje y R es la resistencia.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

7. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $V = IR$ es dimensionalmente consistente, donde V es el voltaje, I es la corriente y R es la resistencia.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

8. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $C = \frac{Q}{V}$ es dimensionalmente consistente, donde C es la capacitancia, Q es la carga y V es el voltaje.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

9. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $U = \frac{1}{2}CV^2$ es dimensionalmente consistente, donde U es la energía, C es la capacitancia y V es el voltaje.
   Respuesta: Dimensionalmente consistente

10. **Ejercicio:** Verifica si la ecuación $v = \sqrt{2gh}$ es dimensionalmente consistente, donde v es la velocidad, g es la aceleración debido a la gravedad y h es la altura.
    Respuesta: Dimensionalmente consistente

11. **Ejercicio** Determina la dimensión de la constante gravitacional G en la fórmula de la

ley de gravitación universal $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$.
Respuesta: $[M^{-1}L^3T^{-2}]$

12. **Ejercicio** Verifica la consistencia dimensional de la ecuación de Bernoulli: $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h =$ constante.
Respuesta: $[ML^{-1}T^{-2}]$

13. **Ejercicio** Encuentra la dimensión de la constante k en la ley de Hooke $F = kx$.
Respuesta: $[MT^{-2}]$

14. **Ejercicio** En la ecuación $y = Ae^{-\alpha x}$, si y es una longitud, determina la dimensión de α.
Respuesta: $[L^{-1}]$

15. **Ejercicio** En la ecuación del movimiento armónico simple $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, identifica la dimensión de ω.
a) $[T^{-1}]$
b) $T : [MLT^{-2}]$, $\mu : [ML^{-1}]$
c) $[L^2T^{-2}]$
d) Consistente; ambas partes tienen la dimensión $[L^3T^{-1}]$.
e) $[ML^{-3}]$
f) $[ML^3T^{-2}A^{-2}]$

2 Modelos Físicos Lineales y No Lineales

En esta sección se debe tabular y graficar para establecer, mediante ajuste por regresión simple o mínimos cuadrados, el tipo de modelo.

Ejemplo 1

Un resorte obedece la ley de Hooke $F = kx$. ¿Es este modelo lineal o no lineal?

Solución: La ecuación $F = kx$ es lineal porque la fuerza F es directamente proporcional a la deformación x.

Ejemplo 2

La ecuación de movimiento para un oscilador armónico es $m\ddot{x} + kx = 0$. ¿Es este modelo lineal o no lineal?

Solución: La ecuación es lineal porque las derivadas de x y el término x aparecen en forma lineal.

Ejemplo 3

La ecuación $P = IV$, donde P es la potencia, I es la corriente y V es el voltaje. ¿Es este modelo lineal o no lineal?

Solución: La ecuación es no lineal porque la potencia P es el producto de I y V, lo que introduce una relación cuadrática en términos de las variables involucradas.

Ejemplo 4

La ecuación de la resistencia eléctrica en función de la temperatura es $R(T) = R_0(1+\alpha\Delta T)$, donde $R(T)$ es la resistencia a una temperatura T, R_0 es la resistencia a una temperatura de referencia, α es el coeficiente de temperatura y ΔT es el cambio de temperatura. ¿Es este modelo lineal o no lineal?

Solución: La ecuación es lineal porque $R(T)$ es una función lineal de ΔT.

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $V = IR$, donde V es el voltaje, I es la corriente y R es la resistencia, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: Lineal

2. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $y = mx + b$ es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: Lineal

3. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $F = ma$, donde F es la fuerza, m es la masa y a es la aceleración, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: Lineal

4. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $E = mc^2$, donde E es la energía, m es la masa y c es la velocidad de la luz, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: No lineal

5. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $a = \frac{F}{m}$, donde a es la aceleración, F es la fuerza y m es la masa, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: No lineal

6. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $P = Fv$, donde P es la potencia, F es la fuerza y v es la velocidad, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: No lineal

7. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $s = ut + \frac{1}{2}at^2$, donde s es la distancia, u es la velocidad inicial, a es la aceleración y t es el tiempo, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: No lineal

8. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $pV = nRT$, donde p es la presión, V es el volumen, n es la cantidad de sustancia, R es la constante de los gases y T es la temperatura, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: Lineal

9. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $KE = \frac{1}{2}mv^2$, donde KE es la energía cinética, m es la masa y v es la velocidad, es un modelo lineal o no lineal.
   Respuesta: No lineal

10. **Ejercicio:** Determine si la ecuación $E = h\nu$, donde E es la energía, h es la constante de Planck y ν es la frecuencia, es un modelo lineal o no lineal.
    Respuesta: Lineal

11. En la siguiente tabla se muestran datos seleccionados de forma aleatoria. Calcular mediante regresión lineal o por mínimos cuadrados el modelo que refiere cada conjunto de datos y graficar los datos y la curva que se obtiene con el modelo encontrado.

lineal			cuadrático			Exponencial			Logarítmica	
x	y		x	y		x	y		x	y
1	-0.8023782		1	-0.6047565		1	0.8249331		1	-0.1120951
2	2.8491126		2	13.6982251		2	1.106314		2	0.6471117
3	13.7935416		3	48.5870831		3	2.129213		3	1.410354
4	8.352542		4	56.7050839		4	1.5270789		4	1.400396
5	10.6464387		5	86.2928774		5	1.7133651		5	1.6352955
6	20.5753249		6	137.1506499		6	2.6796513		6	2.1347725
7	16.304581		7	165.6091621		7	2.2442108		7	2.0380934
8	9.6746938		8	195.3493877		8	1.5930103		8	1.8264293
9	14.5657357		9	254.1314715		9	2.1161767		9	2.059854
10	17.7716901		10	315.5433803		10	2.4954508		10	2.2134527
11	28.120409		11	397.240818		11	3.6162069		11	2.6427116
12	25.7990691		12	459.5981383		12	3.5000238		12	2.5568694
13	28.0038573		13	537.0077145		13	3.8696824		13	2.6451036
14	28.5534136		14	617.1068272		14	4.1105413		14	2.6611939
15	27.2207943		15	699.4415887		15	4.2037685		15	2.596882
16	40.9345657		16	817.8691314		16	5.846489		16	3.1299713
17	36.4892524		17	905.9785048		17	5.7228726		17	2.9327834
18	26.1669142		18	988.3338284		18	5.0663389		18	2.4970483
19	41.5067795		19	1128.013559		19	7.0365724		19	3.0847102
20	37.636043		20	1235.272086		20	7.1526604		20	2.901174
21	36.6608815		21	1354.321763		21	7.6322581		21	2.8309577
22	42.9101254		22	1493.820251		22	8.916026		22	3.0474475
23	40.8699778		23	1622.739955		23	9.4611802		23	2.9302933
24	44.3555439		24	1768.711088		24	10.6587308		24	3.0322756
25	46.8748037		25	1918.749607		25	11.8699743		25	3.093868
26	43.5665334		26	2063.133067		26	12.6203914		26	2.9207579
27	58.1889352		27	2249.37787		27	15.2986252		27	3.4633943
28	56.7668656		28	2409.533731		28	16.5213333		28	3.3628791
29	52.3093153		29	2569.618631		29	17.6050769		29	3.1396684
30	66.2690746		30	2772.538149		30	20.7124444		30	3.6519604
31	64.1323211		31	2949.264642		31	22.4111834		31	3.51928
32	62.5246426		32	3133.049285		32	24.3849945		32	3.4067216
33	70.4756283		33	3341.951257		33	27.5602018		33	3.6755327
34	72.3906674		34	3544.781335		34	30.4031668		34	3.7019872
35	74.1079054		35	3753.215811		35	33.5262425		35	3.7196643
36	75.4432013		36	3966.886402		36	36.9425546		36	3.721247
37	76.7695883		37	4186.539177		37	40.7242632		37	3.7217014
38	75.6904414		38	4407.380883		38	44.6702286		38	3.6252038
39	76.4701867		39	4637.940373		39	49.2494678		39	3.6023691
40	78.097645		40	4876.19529		40	54.4079145		40	3.6127853

3 Vectores en 2 Dimensiones

Ejemplo 1

Dados los vectores $\vec{A} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ y $\vec{B} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.

Solución:

$$\vec{A} + \vec{B} = (3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}) + (\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}) = (3+1)\hat{\imath} + (4-2)\hat{\jmath} = 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$$

Ejemplo 2

Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = 5\hat{\imath} - 12\hat{\jmath}$.

Solución:

$$|\vec{C}| = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

Ejemplo 3

Dados los vectores $\vec{D} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$ y $\vec{E} = 4\hat{\imath} - \hat{\jmath}$, encuentra el producto escalar $\vec{D} \cdot \vec{E}$.

Solución:

$$\vec{D} \cdot \vec{E} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}) \cdot (4\hat{\imath} - \hat{\jmath}) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot (-1) = 8 - 3 = 5$$

Ejemplo 4

Encuentra el vector resultante de la resta de los vectores $\vec{F} = 6\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ y $\vec{G} = -3\hat{\imath} + \hat{\jmath}$.

Solución:

$$\vec{F} - \vec{G} = (6\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}) - (-3\hat{\imath} + \hat{\jmath}) = (6+3)\hat{\imath} + (2-1)\hat{\jmath} = 9\hat{\imath} + \hat{\jmath}$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ y $\vec{B} = 3\hat{\imath} - \hat{\jmath}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.
   Respuesta: $4\hat{\imath} + \hat{\jmath}$

2. **Ejercicio:** Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = -3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$.
   Respuesta: 5

3. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{D} = 7\hat{\imath} + \hat{\jmath}$ y $\vec{E} = 2\hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$, encuentra el producto escalar $\vec{D} \cdot \vec{E}$.
   Respuesta: 9

4. **Ejercicio:** Encuentra el vector resultante de la resta de los vectores $\vec{F} = 5\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ y $\vec{G} = \hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$.
   Respuesta: $4\hat{\imath} - 7\hat{\jmath}$

5. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ y $\vec{B} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.
   Respuesta: $\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$

6. **Ejercicio:** Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = 8\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}$.
   Respuesta: 10

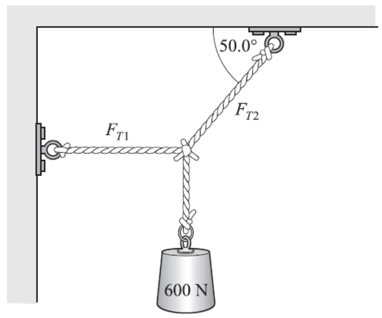
7. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{D} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ y $\vec{E} = -2\hat{\imath} + \hat{\jmath}$, encuentra el producto escalar $\vec{D} \cdot \vec{E}$.
   Respuesta: -2

8. **Ejercicio:** Encuentra el vector resultante de la resta de los vectores $\vec{F} = 10\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$ y $\vec{G} = 4\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$.
   Respuesta: $6\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$

9. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = -2\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$ y $\vec{B} = \hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.
   Respuesta: $-\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$

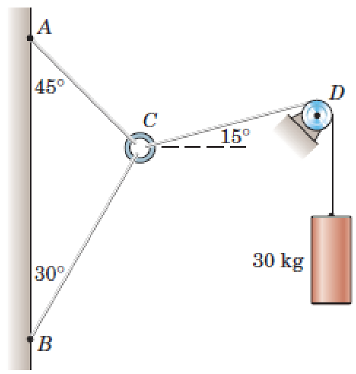
10. **Ejercicio:** Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = -7\hat{\imath} + 24\hat{\jmath}$.
    Respuesta: 25

11. **Ejercicio:** Para la situación mostrada en la figura, encuentre los valores de F_{T1} y F_{T2} si el peso del objeto es de 600 N.



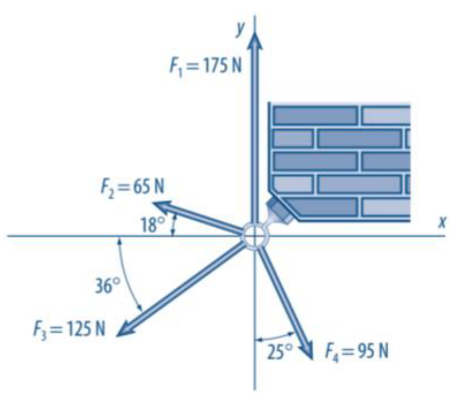
Respuesta: 503 N y 783 N.

12. **Ejercicio** Tres cables están unidos en el aro C, como se muestra en la figura. Determinar la tensión en los AC y BC por causa del peso del cilindro con masa de 30 kg.

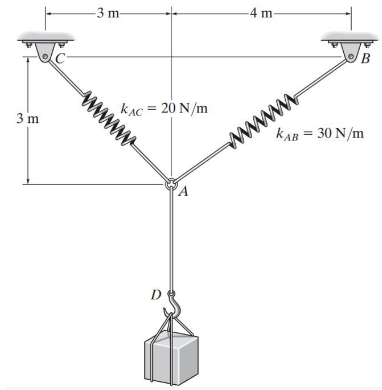


Respuesta: $T_{\text{AC}} = 215$ N, $T_{\text{BC}} = 264$ N.

13. **Ejercicio** Varias fuerzas actúan de manera simultánea sobre una armella, como se muestra en la figura. Calcular el vector resultante.



14. **Ejercicio** La longitud no alargada del resorte AB es de 3m. Si el bloque se mantiene en la posición de equilibrio mostrada, determine la masa del bloque en D.



4 Vectores en 3 Dimensiones

Ejemplo 1

Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ y $\vec{B} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.

Solución:

$$\vec{A} + \vec{B} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}) + (-\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}) = (2-1)\hat{\imath} + (3+2)\hat{\jmath} + (4-1)\hat{k} = \hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 3\hat{k}$$

Ejemplo 2

Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = 6\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$.

Solución:

$$|\vec{C}| = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 9 + 4} = \sqrt{49} = 7$$

Ejemplo 3

Dados los vectores $\vec{D} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ y $\vec{E} = 4\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{D} \cdot \vec{E}$.

Solución:

$$\vec{D} \cdot \vec{E} = (\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}) \cdot (4\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}) = 1 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 4 - 2 + 6 = 8$$

Ejemplo 4

Encuentra el vector resultante de la resta de los vectores $\vec{F} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ y $\vec{G} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$.

Solución:

$$\vec{F} - \vec{G} = (3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 5\hat{k}) - (-\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}) = (3+1)\hat{\imath} + (4-1)\hat{\jmath} + (5-2)\hat{k} = 4\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 3\hat{k}$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ y $\vec{B} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.
   Respuesta: $3\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 4\hat{k}$

2. **Ejercicio:** Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = -2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$.
   Respuesta: $\sqrt{9} = 3$

3. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{D} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ y $\vec{E} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{D} \cdot \vec{E}$.
   Respuesta: 8

4. **Ejercicio:** Encuentra el vector resultante de la resta de los vectores $\vec{F} = 5\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ y $\vec{G} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$.
   Respuesta: $2\hat{\imath} - 5\hat{\jmath} + 3\hat{k}$

5. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$ y $\vec{B} = -\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.
   Respuesta: $3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$

6. **Ejercicio:** Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = 7\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 4\hat{k}$.
   Respuesta: $\sqrt{81} = 9$

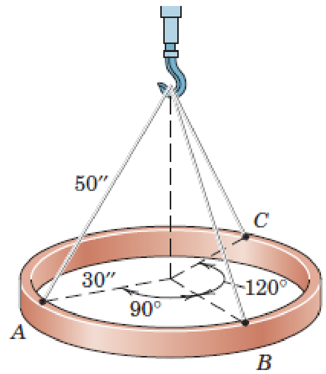
7. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{D} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ y $\vec{E} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{D} \cdot \vec{E}$.
   Respuesta: 5

8. **Ejercicio:** Encuentra el vector resultante de la resta de los vectores $\vec{F} = 4\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 5\hat{k}$ y $\vec{G} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$.
   Respuesta: $\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 4\hat{k}$

9. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = 3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ y $\vec{B} = -2\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$, encuentra la suma $\vec{A} + \vec{B}$.
   Respuesta: $\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} - \hat{k}$

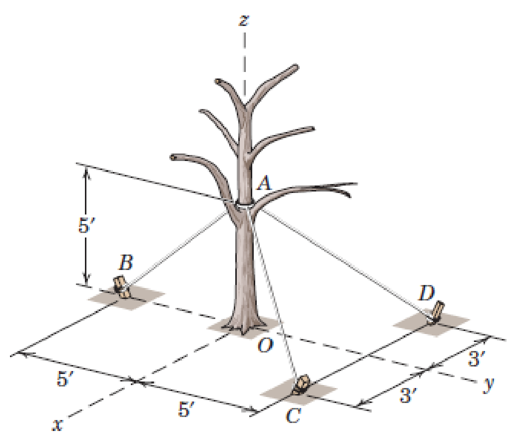
10. **Ejercicio:** Encuentra el módulo del vector $\vec{C} = 5\hat{\imath} - 5\hat{\jmath} + 5\hat{k}$.
    Respuesta: $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

11. **Ejercicio** Un aro de acero de 60 pulg. de diámetro y un peso de 600 lb está sostenido por tres cables, cada uno de 50 pulg. de longitud enganchados en los puntos A, B y C, como se muestra en la figura. Calcular la tensión en cada cable.



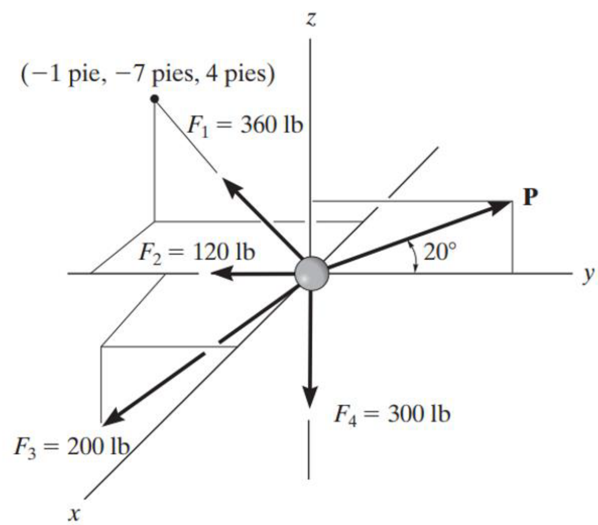
Respuesta: A = 275 lb, B = 158.5 lb, C = 317 lb

12. **Ejercicio** Un árbol joven, originalmente doblado, se ha puesto en posición vertical mediante tres claves con tensiones AB = 0 lb, AC = 10 lb y AC = 15 lb. Determinar la fuerza en el tronco con base en el punto 0. Desprecie el peso del árbol.



Respuesta: O_{x} =1.953 lb, O_{y} =16.27 lb, O_{z} =16.27 lb

13. **Ejercicio** Determine la magnitud de $\vec{C}$ y los ángulos directores coordenados de $\vec{F_3}$ requeridos para el equilibrio de la partícula. Observe que $\vec{F_3}$ actúa en el octante mostrado


z
(−1 pie, −7 pies, 4 pies)
F_1 = 360 lb
P
F_2 = 120 lb
20°
y
F_4 = 300 lb
F_3 = 200 lb
x

5 Productos con Vectores y Escalares

Ejemplo 1

Dados los vectores $\vec{A} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ y $\vec{B} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath}$, encuentra el producto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$.
Solución:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}) \cdot (2\hat{\imath} - \hat{\jmath}) = 3 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 6 - 4 = 2$$

Ejemplo 2

Dados los vectores $\vec{C} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ y $\vec{D} = 4\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, encuentra el producto cruz $\vec{C} \times \vec{D}$.
Solución:

$$\vec{C} \times \vec{D} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \hat{\imath}(2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1)) - \hat{\jmath}(1 \cdot 2 - 3 \cdot 4) + \hat{k}(1 \cdot (-1) - 2 \cdot 4)$$

$$= \hat{\imath}(4 + 3) - \hat{\jmath}(2 - 12) + \hat{k}(-1 - 8) = 7\hat{\imath} + 10\hat{\jmath} - 9\hat{k}$$

Ejemplo 3

Encuentra el producto escalar de los vectores $\vec{E} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 3\hat{k}$ y $\vec{F} = -\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}$.
Solución:

$$\vec{E} \cdot \vec{F} = (2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 3\hat{k}) \cdot (-\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}) = 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = -2 - 4 + 6 = 0$$

Ejemplo 4

Encuentra el producto cruz de los vectores $\vec{G} = 3\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 2\hat{k}$ y $\vec{H} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$.
Solución:

$$\vec{G} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \hat{\imath}(1 \cdot 4 - (-2) \cdot (-2)) - \hat{\jmath}(3 \cdot 4 - (-2) \cdot 1) + \hat{k}(3 \cdot (-2) - 1 \cdot 1)$$

$$= \hat{\imath}(4 - 4) - \hat{\jmath}(12 + 2) + \hat{k}(-6 - 1) = 0\hat{\imath} - 14\hat{\jmath} - 7\hat{k} = -14\hat{\jmath} - 7\hat{k}$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = \hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{B} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + \hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$.
   Respuesta: 0

2. **Ejercicio:** Encuentra el producto cruz de los vectores $\vec{C} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{D} = 3\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 4\hat{k}$.
   Respuesta: $9\hat{\imath} - \hat{\jmath} - 7\hat{k}$

3. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{E} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{F} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{E} \cdot \vec{F}$.
   Respuesta: -3

4. **Ejercicio:** Encuentra el producto cruz de los vectores $\vec{G} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$ y $\vec{H} = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}$.
   Respuesta: $\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 3\hat{k}$

5. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{B} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$.
   Respuesta: 4

6. **Ejercicio:** Encuentra el producto cruz de los vectores $\vec{C} = 3\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{D} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$.
   Respuesta: $-3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 5\hat{k}$

7. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{E} = -\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ y $\vec{F} = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{E} \cdot \vec{F}$.
   Respuesta: -1

8. **Ejercicio:** Encuentra el producto cruz de los vectores $\vec{G} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ y $\vec{H} = \hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + \hat{k}$.
   Respuesta: $-4\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} - 8\hat{k}$

9. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ y $\vec{B} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - \hat{k}$, encuentra el producto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$.
   Respuesta: 1

10. **Ejercicio:** Encuentra el producto cruz de los vectores $\vec{C} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{D} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 3\hat{k}$.
    Respuesta: $7\hat{\imath} - \hat{\jmath} - 5\hat{k}$

11. **Ejercicio:** Dados los vectores $\vec{A} = (4, -1, 2)$ y $\vec{B} = (-2, 3, 5)$, calcula el ángulo θ entre ellos utilizando el producto escalar.

    Solución: 92^o

12. **Ejercicio:**
    Encuentra la proyección escalar del vector $\vec{A} = (6, 1, -2)$ sobre el vector $\vec{B} = (3, 4, 0)$.

    Solución: 4.4

13. **Ejercicio:**
Dados los vectores $\vec{A} = (2, -1, 3)$ y $\vec{B} = (4, 2, -5)$, calcula el producto vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$ y encuentra el área del paralelogramo que forman.

    Solución: $25.87u^2$

14. **Ejercicio:**
Sea el vector $\vec{A} = (5, -3, 1)$ y el vector $\vec{C} = (0, 1, -1)$. Encuentra la proyección vectorial de $\vec{A}$ en la dirección de $\vec{C}$ y calcula su magnitud.

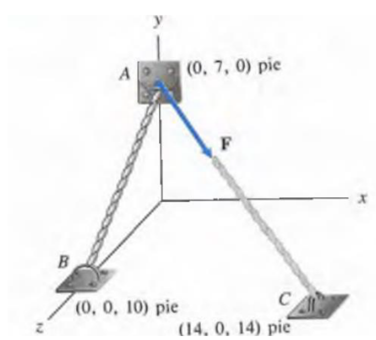
    Solución: $2\sqrt{2}$

15. **Ejercicio:**
Determina el valor de k para el cual los vectores $\vec{A} = (k, -2, 3)$ y $\vec{B} = (4, k, -6)$ son perpendiculares.

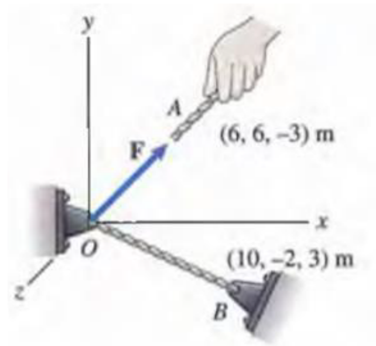
    Solución: k = 9

16. **Ejercicio:**
Sea el vector $\vec{D} = (2, 3, -2)$. Calcula el ángulo entre $\vec{D}$ y su proyección en el vector $\vec{E} = (-1, 4, 1)$.

17. **Ejercicio:**
Dos cables se extienden de A a B y de A a C como se muestra en la figura. El cable AC ejerce una fuerza $\vec{F} = 1000lb$ en A. (a) ¿Qué valor tiene el ángulo entre los cables AB y AC?. (b) Halle la componente vectorial de $\vec{F}$ paralela al cable AB.



18. **Ejercicio:**
Una persona tira del cable OA mostrado en la figura ejerciendo una fuerza de 50 N de magnitud en O. ¿Cuáles son las componentes de $\vec{F}$ paralela y normal al cable OB?



6 Movimiento Rectilíneo Uniforme en Una Dimensión

Ejemplo 1

Un automóvil viaja con una velocidad constante de 60 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 180 km?

Solución: La fórmula del movimiento rectilíneo uniforme es:

$$d = vt$$

Despejamos el tiempo t:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{180\,\text{km}}{60\,\text{km/h}} = 3\,\text{h}$$

Ejemplo 2

Problema: Un tren se mueve con una velocidad de 90 km/h. ¿Qué distancia recorre en 4 h?

Solución: Usamos la fórmula del movimiento rectilíneo uniforme:

$$d = vt = 90\,\text{km/h} \times 4\,\text{h} = 360\,\text{km}$$

Ejemplo 3

Un ciclista viaja con una velocidad constante de 20 km/h. Si el ciclista viaja durante 2.5 h, ¿cuál es la distancia recorrida?

Solución: Usamos la fórmula del movimiento rectilíneo uniforme:

$$d = vt = 20\,\text{km/h} \times 2.5\,\text{h} = 50\,\text{km}$$

Ejemplo 4

Una persona camina con una velocidad constante de 5 km/h. Si la persona camina durante 3 h, ¿qué distancia ha recorrido?

Solución: Usamos la fórmula del movimiento rectilíneo uniforme:

$$d = vt = 5\,\text{km/h} \times 3\,\text{h} = 15\,\text{km}$$

Ejemplo 5

Un automóvil acelera desde el reposo con una aceleración constante a. Después de un tiempo t, la velocidad del automóvil es $v(t) = a \cdot t$. Encuentra el tiempo t en el que el automóvil recorre la máxima distancia en un intervalo de tiempo dado T.

Solución: La distancia recorrida se da por la integral de la velocidad:

$$d(t) = \int_0^T v(t)\,dt = \int_0^T a \cdot t\,dt = a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^T = \frac{a \cdot T^2}{2}$$

Para encontrar el máximo, necesitamos derivar la función de distancia y igualarla a cero:

$$\frac{d}{dt}d(t) = a \cdot t = 0$$

Como la aceleración a es constante y positiva, la distancia recorrida aumenta con el tiempo T. El máximo ocurre en el tiempo final T.

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Un coche se mueve con una velocidad de 70 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 210 km?
   Respuesta: 3 h

2. **Ejercicio:** Un avión vuela con una velocidad constante de 800 km/h. ¿Qué distancia recorre en 2 h?
   Respuesta: 1600 km

3. **Ejercicio:** Un corredor tiene una velocidad constante de 12 km/h. Si corre durante 1.5 h, ¿cuál es la distancia recorrida?
   Respuesta: 18 km

4. **Ejercicio:** Un barco navega con una velocidad de 30 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 90 km?
   Respuesta: 3 h

5. **Ejercicio:** Un tren se mueve con una velocidad constante de 120 km/h. ¿Qué distancia recorre en 5 h?
   Respuesta: 600 km

6. **Ejercicio:** Un ciclista viaja con una velocidad constante de 25 km/h. Si viaja durante 4 h, ¿cuál es la distancia recorrida?
   Respuesta: 100 km

7. **Ejercicio:** Una persona camina con una velocidad de 6 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 18 km?
   Respuesta: 3 h

8. **Ejercicio:** Un coche se mueve con una velocidad constante de 90 km/h. ¿Qué distancia recorre en 2.5 h?
   Respuesta: 225 km

9. **Ejercicio:** Un avión vuela con una velocidad de 750 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 3000 km?
   Respuesta: 4 h

10. **Ejercicio:** Un tren se mueve con una velocidad constante de 100 km/h. ¿Qué distancia recorre en 3 h?
    Respuesta: 300 km

11. **Ejercicio:** Un objeto de 5 kg se deja caer desde una altura de 20 m. Encuentra el tiempo t en el que el objeto alcanza su máxima energía cinética.
    Respuesta: Al final de la caída, justo antes de tocar el suelo.

7 Movimiento en 2 Dimensiones: Tiro Vertical

Ejemplo 1

Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

Solución: La altura máxima se alcanza cuando la velocidad final es cero ($v_f = 0$). Usamos la siguiente ecuación de cinemática:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

Despejamos la distancia d (altura máxima):

$$0 = (20\,\mathrm{m/s})^2 + 2(-9.8\,\mathrm{m/s^2})d$$

$$0 = 400\,\mathrm{m^2/s^2} - 19.6\,\mathrm{m/s^2} \cdot d$$

$$d = \frac{400\,\mathrm{m^2/s^2}}{19.6\,\mathrm{m/s^2}} = 20.41\,\mathrm{m}$$

Ejemplo 2

Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 30 m/s. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su altura máxima?

Solución: Usamos la ecuación de la velocidad en función del tiempo:

$$v_f = v_i + at$$

Despejamos el tiempo t:

$$0 = 30\,\mathrm{m/s} - 9.8\,\mathrm{m/s^2} \cdot t$$

$$t = \frac{30\,\mathrm{m/s}}{9.8\,\mathrm{m/s^2}} = 3.06\,\mathrm{s}$$

Ejemplo 3

Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 25 m/s. ¿Cuál es la velocidad del objeto al cabo de 3 s?

Solución: Usamos la ecuación de la velocidad en función del tiempo:

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f = 25\,\mathrm{m/s} - 9.8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 3\,\mathrm{s} = 25\,\mathrm{m/s} - 29.4\,\mathrm{m/s} = -4.4\,\mathrm{m/s}$$

La velocidad es negativa, lo que indica que el objeto está descendiendo.

Ejemplo 4

Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba y alcanza una altura máxima de $15\,\mathrm{m}$. ¿Cuál fue su velocidad inicial?

Solución: Usamos la ecuación de cinemática:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

Despejamos la velocidad inicial v_i:

$$0 = v_i^2 + 2(-9.8\,\mathrm{m/s^2})(15\,\mathrm{m})$$

$$v_i^2 = 2 \cdot 9.8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 15\,\mathrm{m} = 294\,\mathrm{m^2/s^2}$$

$$v_i = \sqrt{294\,\mathrm{m^2/s^2}} = 17.15\,\mathrm{m/s}$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $15\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
   Respuesta: $11.47\,\mathrm{m}$

2. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $40\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su altura máxima?
   Respuesta: $4.08\,\mathrm{s}$

3. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $10\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuál es la velocidad del objeto al cabo de $2\,\mathrm{s}$?
   Respuesta: $-9.6\,\mathrm{m/s}$

4. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba y alcanza una altura máxima de $20\,\mathrm{m}$. ¿Cuál fue su velocidad inicial?
   Respuesta: $19.8\,\mathrm{m/s}$

5. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $12\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
   Respuesta: $7.35\,\mathrm{m}$

6. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $50\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su altura máxima?
   Respuesta: $5.10\,\mathrm{s}$

7. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $18\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuál es la velocidad del objeto al cabo de $1\,\mathrm{s}$?
   Respuesta: $8.2\,\mathrm{m/s}$

8. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba y alcanza una altura máxima de $25\,\mathrm{m}$. ¿Cuál fue su velocidad inicial?
   Respuesta: $22.1\,\mathrm{m/s}$

9. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $8\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
   Respuesta: $3.27\,\mathrm{m}$

10. **Ejercicio:** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de $35\,\mathrm{m/s}$. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su altura máxima?
    Respuesta: $3.57\,\mathrm{s}$

8 Movimiento en 2 Dimensiones: Caída Libre

Ejemplo 1

Un objeto es soltado desde una altura de 80 m. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?

Solución: La ecuación de la posición en caída libre es:

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

Despejamos el tiempo t:

$$80\,\mathrm{m} = \frac{1}{2}(9.8\,\mathrm{m/s^2})t^2$$

$$t^2 = \frac{80\,\mathrm{m}}{4.9\,\mathrm{m/s^2}} \approx 16.33\,\mathrm{s^2}$$

$$t = \sqrt{16.33\,\mathrm{s^2}} \approx 4.04\,\mathrm{s}$$

Ejemplo 2

Un objeto es soltado desde una altura de 45 m. ¿Cuál es su velocidad justo antes de tocar el suelo?

Solución: Usamos la ecuación de la velocidad en función de la distancia:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gd$$

Dado que $v_i = 0$:

$$v_f^2 = 2(9.8\,\mathrm{m/s^2})(45\,\mathrm{m})$$

$$v_f^2 = 882\,\mathrm{m^2/s^2}$$

$$v_f = \sqrt{882\,\mathrm{m^2/s^2}} \approx 29.7\,\mathrm{m/s}$$

Ejemplo 3

Un objeto cae libremente durante 3 s. ¿Cuál es la distancia que recorre durante este tiempo?

Solución: Usamos la ecuación de la posición en caída libre:

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

$$d = \frac{1}{2}(9.8\,\mathrm{m/s^2})(3\,\mathrm{s})^2$$

$$d = 4.9\,\mathrm{m/s^2} \times 9\,\mathrm{s^2} = 44.1\,\mathrm{m}$$

Ejemplo 4

Un objeto es soltado desde una altura de 20 m. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo y cuál es su velocidad justo antes de tocar el suelo?

Solución: Para encontrar el tiempo, usamos la ecuación de la posición en caída libre:

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

$$20\,\mathrm{m} = \frac{1}{2}(9.8\,\mathrm{m/s^2})t^2$$

$$t^2 = \frac{20\,\mathrm{m}}{4.9\,\mathrm{m/s^2}} \approx 4.08\,\mathrm{s}^2$$

$$t = \sqrt{4.08\,\mathrm{s}^2} \approx 2.02\,\mathrm{s}$$

Para la velocidad, usamos la ecuación de la velocidad en función de la distancia:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gd$$

Dado que $v_i = 0$:

$$v_f^2 = 2(9.8\,\mathrm{m/s^2})(20\,\mathrm{m})$$

$$v_f^2 = 392\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

$$v_f = \sqrt{392\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2} \approx 19.8\,\mathrm{m/s}$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 100 m. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
   Respuesta: 4.52 s

2. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 60 m. ¿Cuál es su velocidad justo antes de tocar el suelo?
   Respuesta: 34.3 m/s

3. **Ejercicio:** Un objeto cae libremente durante 5 s. ¿Cuál es la distancia que recorre durante este tiempo?
   Respuesta: 122.5 m

4. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 30 m. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo y cuál es su velocidad justo antes de tocar el suelo?
   Respuesta: 2.47 s, 24.2 m/s

5. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 50 m. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
   Respuesta: 3.19 s

6. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 25 m. ¿Cuál es su velocidad justo antes de tocar el suelo?
   Respuesta: 22.1 m/s

7. **Ejercicio:** Un objeto cae libremente durante 2 s. ¿Cuál es la distancia que recorre durante este tiempo?
   Respuesta: 19.6 m

8. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 10 m. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo y cuál es su velocidad justo antes de tocar el suelo?
   Respuesta: 1.43 s, 14 m/s

9. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 70 m. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
   Respuesta: 3.78 s

10. **Ejercicio:** Un objeto es soltado desde una altura de 40 m. ¿Cuál es su velocidad justo antes de tocar el suelo?
    Respuesta: 28 m/s

9 Movimiento en 2 Dimensiones: Tiro Parabólico

Ejemplo 1

Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 30 m/s en un ángulo de 45° con respecto a la horizontal. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

Solución: La componente vertical de la velocidad inicial es:

$$v_{i_y} = v_i \sin\theta = 30\,\mathrm{m/s} \sin 45^\circ = 30\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 21.21\,\mathrm{m/s}$$

La altura máxima se calcula usando la ecuación:

$$v_{f_y}^2 = v_{i_y}^2 + 2a_y d$$

En el punto más alto, la velocidad vertical final $v_{f_y} = 0$:

$$0 = (21.21\,\mathrm{m/s})^2 + 2(-9.8\,\mathrm{m/s^2})d$$

$$d = \frac{(21.21\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9.8\,\mathrm{m/s^2}} = 22.95\,\mathrm{m}$$

Ejemplo 2

Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 25 m/s en un ángulo de 30° con respecto a la horizontal. ¿Cuál es el tiempo total de vuelo?

Solución: La componente vertical de la velocidad inicial es:

$$v_{i_y} = v_i \sin\theta = 25\,\mathrm{m/s} \sin 30^\circ = 25\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{1}{2} = 12.5\,\mathrm{m/s}$$

El tiempo para alcanzar la altura máxima es:

$$t_{\max} = \frac{v_{i_y}}{g} = \frac{12.5\,\mathrm{m/s}}{9.8\,\mathrm{m/s^2}} = 1.28\,\mathrm{s}$$

El tiempo total de vuelo es el doble del tiempo para alcanzar la altura máxima:

$$t_{\text{total}} = 2t_{\max} = 2 \times 1.28\,\mathrm{s} = 2.56\,\mathrm{s}$$

Ejemplo 3

Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 40 m/s en un ángulo de 60° con respecto a la horizontal. ¿Cuál es el alcance horizontal del proyectil?

Solución: La componente horizontal de la velocidad inicial es:

$$v_{i_x} = v_i \cos\theta = 40\,\mathrm{m/s} \cos 60^\circ = 40\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{1}{2} = 20\,\mathrm{m/s}$$

La componente vertical de la velocidad inicial es:

$$v_{i_y} = v_i \sin\theta = 40\,\mathrm{m/s} \sin 60^\circ = 40\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 34.64\,\mathrm{m/s}$$

El tiempo total de vuelo es:

$$t_{\text{total}} = \frac{2v_{i_y}}{g} = \frac{2 \times 34.64\,\mathrm{m/s}}{9.8\,\mathrm{m/s}^2} = 7.07\,\mathrm{s}$$

El alcance horizontal es:

$$d_x = v_{i_x} \cdot t_{\text{total}} = 20\,\mathrm{m/s} \times 7.07\,\mathrm{s} = 141.4\,\mathrm{m}$$

Ejemplo 4

Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de $50\,\mathrm{m/s}$ en un ángulo de 45° con respecto a la horizontal. ¿Cuáles son las componentes de la velocidad inicial?

Solución: La componente horizontal de la velocidad inicial es:

$$v_{i_x} = v_i \cos\theta = 50\,\mathrm{m/s} \cos 45^\circ = 50\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 35.36\,\mathrm{m/s}$$

La componente vertical de la velocidad inicial es:

$$v_{i_y} = v_i \sin\theta = 50\,\mathrm{m/s} \sin 45^\circ = 50\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 35.36\,\mathrm{m/s}$$

Problema 5

Un objeto se lanza con una velocidad inicial v_0 en un ángulo θ respecto a la horizontal. Encuentra el ángulo θ que maximiza la altura máxima alcanzada por el objeto.

Solución: La altura máxima se da por:

$$h_{\text{máx}} = \frac{(v_0 \sin\theta)^2}{2g}$$

Para encontrar el máximo, derivamos $h_{\text{máx}}$ con respecto a θ y la igualamos a cero:

$$\frac{d}{d\theta} h_{\text{máx}} = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}\right) = \frac{v_0^2}{2g} \cdot 2 \sin\theta \cos\theta = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \sin 2\theta = 0$$

$\sin 2\theta = 0$ cuando $2\theta = n\pi$, para $n = 1$, $\theta = \frac{\pi}{2}$. Esto nos da el máximo, pero físicamente el ángulo de 90° no maximiza la altura de un tiro parabólico práctico.

Evaluamos entonces:

$$\theta = 45^\circ$$

Es el ángulo que maximiza la altura en un tiro parabólico.

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 20 m/s en un ángulo de 30°. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
   Respuesta: 5.1 m

2. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 35 m/s en un ángulo de 45°. ¿Cuál es el tiempo total de vuelo?
   Respuesta: 5.04 s

3. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 25 m/s en un ángulo de 60°. ¿Cuál es el alcance horizontal del proyectil?
   Respuesta: 63.75 m

4. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 30 m/s en un ángulo de 40°. ¿Cuáles son las componentes de la velocidad inicial?
   Respuesta: $v_{i_x} = 22.98\,\text{m/s}$, $v_{i_y} = 19.28\,\text{m/s}$

5. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 45 m/s en un ángulo de 50°. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
   Respuesta: 57.43 m

6. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 28 m/s en un ángulo de 55°. ¿Cuál es el tiempo total de vuelo?
   Respuesta: 4.67 s

7. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 32 m/s en un ángulo de 35°. ¿Cuál es el alcance horizontal del proyectil?
   Respuesta: 94.08 m

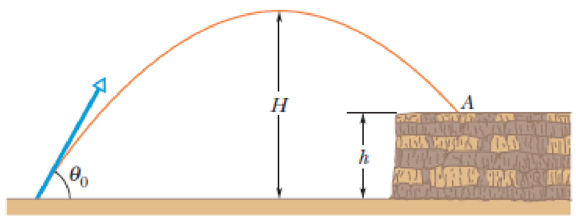
8. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 38 m/s en un ángulo de 25°. ¿Cuáles son las componentes de la velocidad inicial?
   Respuesta: $v_{i_x} = 34.43\,\text{m/s}$, $v_{i_y} = 16.03\,\text{m/s}$

9. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 22 m/s en un ángulo de 30°. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
   Respuesta: 6.2 m

10. **Ejercicio:** Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 40 m/s en un ángulo de 70°. ¿Cuál es el tiempo total de vuelo?
    Respuesta: 7.74 s

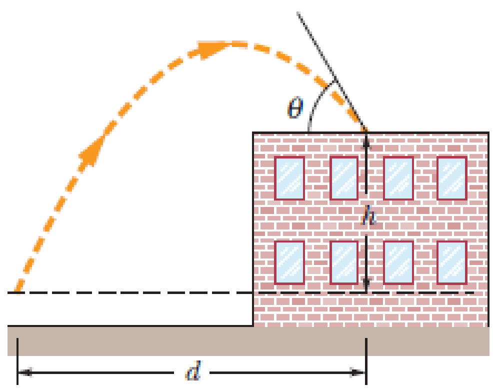
11. **Ejercicio:** Un objeto se lanza con una velocidad inicial de 50 m/s en un ángulo θ respecto a la horizontal. Encuentra el ángulo θ que maximiza el alcance del objeto.
    Respuesta: 45°

12. **Ejercicio:** En la figura se muestra el lanzamiento de una piedra contra un acantilado de altura h con una velocidad inicial de 42.0 m/s a un ángulo de 60° sobre la horizontal. La piedra impacta en A, 5.50 s después del lanzamiento. Hallar a) la altura h del acantilado, b) la velocidad de la piedra justo antes del impacto en A y c) la altura máxima H alcanzada sobre el suelo.



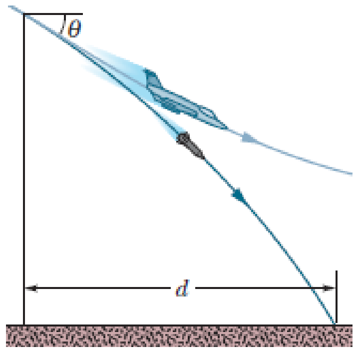
Respuesta:

13. **Ejercicio:** En la figura se muestra una pelota que es lanzadanza hacia arriba sobre un techo y que aterriza 4 s después a una altura h de 20 m por encima del nivel del suelo. La trayectoria de la pelota justo antes de aterrizar forma un ángulo de 60° con el techo. (a) Halla la distancia horizontal d que recorre. ¿Cuáles son la (b) magnitud y el (c) ángulo respecto a la horizontal de la velocidad inicial de la pelota?



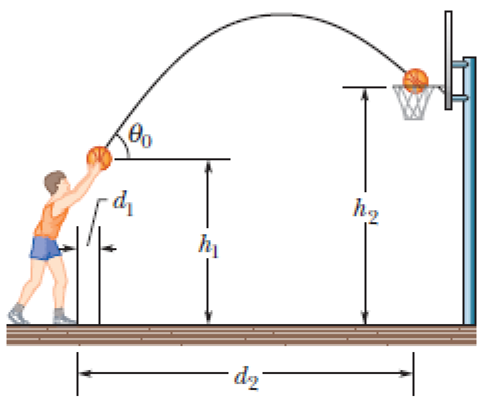
Respuesta:

14. **Ejercicio:** Un avión tiene una velocidad de 290 km/h y se lanza en picada en un ángulo de 30° por debajo de la horizontal cuando el piloto suelta un señuelo de radar. La distancia horizontal entre el punto de liberación y el punto donde el señuelo toca el suelo es de 700 m. (a) ¿Cuánto tiempo permanece el señuelo en el aire? (b) ¿A qué altura estaba el punto de liberación?



Respuesta:

15. **Ejercicio:** ¿Con qué velocidad inicial debe lanzar la pelota el jugador que se muestra en la figura, en un ángulo de 55° sobre la horizontal, para realizar el tiro libre? Las distancias horizontales son $d_1 = 1.0$ pies y $d_2 = 14$ pies, y las alturas son $h_1 = 7.0$ pies y $h_2 = 10$ pies.



Respuesta:

10 Leyes de Newton

Ejemplo 1

Un bloque de 5 kg se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción y se le aplica una fuerza de 20 N. ¿Cuál es la aceleración del bloque?

Solución: Usamos la segunda ley de Newton:

$$F = ma$$

Despejamos la aceleración a:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20\,\text{N}}{5\,\text{kg}} = 4\,\text{m/s}^2$$

Ejemplo 2

Un bloque de 10 kg se encuentra en un plano inclinado de 30° con respecto a la horizontal. La fricción es despreciable. ¿Cuál es la aceleración del bloque a lo largo del plano inclinado?

Solución: La componente de la fuerza de la gravedad a lo largo del plano inclinado es:

$$F_{\text{paralela}} = mg\sin\theta = 10\,\text{kg}\cdot 9.8\,\text{m/s}^2\cdot\sin 30^\circ = 98\,\text{N}\cdot\frac{1}{2} = 49\,\text{N}$$

Usamos la segunda ley de Newton:

$$F = ma$$

Despejamos la aceleración a:

$$a = \frac{F_{\text{paralela}}}{m} = \frac{49\,\text{N}}{10\,\text{kg}} = 4.9\,\text{m/s}^2$$

Ejemplo 3

Un bloque de 8 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. La fuerza de fricción entre el bloque y la superficie es 15 N. ¿Qué fuerza horizontal mínima se debe aplicar para mover el bloque?

Solución: Para mover el bloque, la fuerza aplicada debe superar la fuerza de fricción estática. Por lo tanto, la fuerza mínima es:

$$F_{\text{aplicada}} > F_{\text{fricción}} = 15\,\text{N}$$

Por lo tanto, la fuerza mínima es:

$$F_{\text{aplicada}} = 15\,\text{N}$$

Ejemplo 4

Un bloque de $12\,\mathrm{kg}$ es empujado con una fuerza de $50\,\mathrm{N}$ sobre una superficie horizontal con una fuerza de fricción de $10\,\mathrm{N}$. ¿Cuál es la aceleración del bloque?

Solución: La fuerza neta es la fuerza aplicada menos la fuerza de fricción:

$$F_{\text{neta}} = F_{\text{aplicada}} - F_{\text{fricción}} = 50\,\mathrm{N} - 10\,\mathrm{N} = 40\,\mathrm{N}$$

Usamos la segunda ley de Newton:

$$F = ma$$

Despejamos la aceleración a:

$$a = \frac{F_{\text{neta}}}{m} = \frac{40\,\mathrm{N}}{12\,\mathrm{kg}} \approx 3.33\,\mathrm{m/s^2}$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Un bloque de 6 kg se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción y se le aplica una fuerza de 18 N. ¿Cuál es la aceleración del bloque?
   Respuesta: $3\,\mathrm{m/s^2}$

2. **Ejercicio:** Un bloque de 15 kg se encuentra en un plano inclinado de 25° con respecto a la horizontal. La fricción es despreciable. ¿Cuál es la aceleración del bloque a lo largo del plano inclinado?
   Respuesta: $4.14\,\mathrm{m/s^2}$

3. **Ejercicio:** Un bloque de 10 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. La fuerza de fricción entre el bloque y la superficie es 20 N. ¿Qué fuerza horizontal mínima se debe aplicar para mover el bloque?
   Respuesta: 20 N

4. **Ejercicio:** Un bloque de 5 kg es empujado con una fuerza de 30 N sobre una superficie horizontal con una fuerza de fricción de 8 N. ¿Cuál es la aceleración del bloque?
   Respuesta: $4.4\,\mathrm{m/s^2}$

5. **Ejercicio:** Un bloque de 20 kg se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción y se le aplica una fuerza de 50 N. ¿Cuál es la aceleración del bloque?
   Respuesta: $2.5\,\mathrm{m/s^2}$

6. **Ejercicio:** Un bloque de 12 kg se encuentra en un plano inclinado de 40° con respecto a la horizontal. La fricción es despreciable. ¿Cuál es la aceleración del bloque a lo largo del plano inclinado?
   Respuesta: $6.3\,\mathrm{m/s^2}$

7. **Ejercicio:** Un bloque de 8 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. La fuerza de fricción entre el bloque y la superficie es 25 N. ¿Qué fuerza horizontal mínima se debe aplicar para mover el bloque?
   Respuesta: 25 N

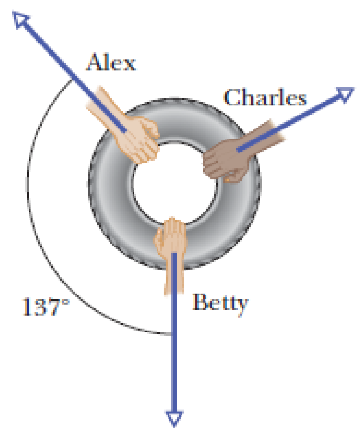
8. **Ejercicio:** Un bloque de 9 kg es empujado con una fuerza de 40 N sobre una superficie horizontal con una fuerza de fricción de 15 N. ¿Cuál es la aceleración del bloque?
   Respuesta: $2.78\,\mathrm{m/s^2}$

9. **Ejercicio:** Un bloque de 7 kg se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción y se le aplica una fuerza de 28 N. ¿Cuál es la aceleración del bloque?
   Respuesta: $4\,\mathrm{m/s^2}$

10. **Ejercicio:** Un bloque de 14 kg se encuentra en un plano inclinado de 35° con respecto a la horizontal. La fricción es despreciable. ¿Cuál es la aceleración del bloque a lo

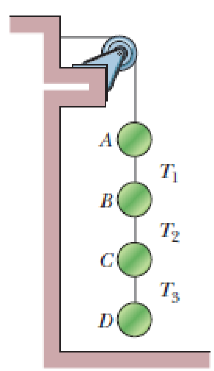
largo del plano inclinado?
Respuesta: $5.61\,\mathrm{m/s}^2$

11. **Ejercicio:** En un tira y afloja, como se ve en la figura, Alex, Betty y Charles tiran horizontalmente de un neumático de automóvil en diferentes ángulos. El neumático permanece en reposo a pesar de los tres tirones. Alex tira con una fuerza $\vec{F_A}$ de magnitud 220 N y Charles tira con una fuerza $\vec{F_C}$ de magnitud 170 N. Observe que no se indica la dirección de $\vec{F_C}$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de Betty $\vec{F_B}$?



Respuesta:

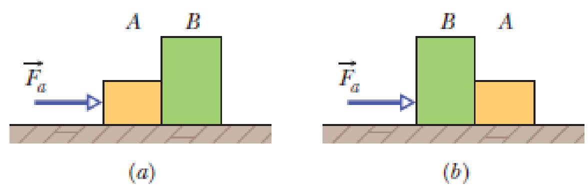
12. **Ejercicio:** La figura muestra un arreglo en el que cuatro esferas están suspendidas por cuerdas. La cuerda más larga, la superior, pasa sobre una polea sin fricción y tira con una tensión de 98 N sobre la pared a la que está sujeta. Las tensiones en las tres cuerdas más cortas son $T_1 = 58{,}8$ N, $T_2 = 49{,}0$ N y $T_3 = 9{,}8$ N. Calcular las masas de las esferas.



Respuesta:

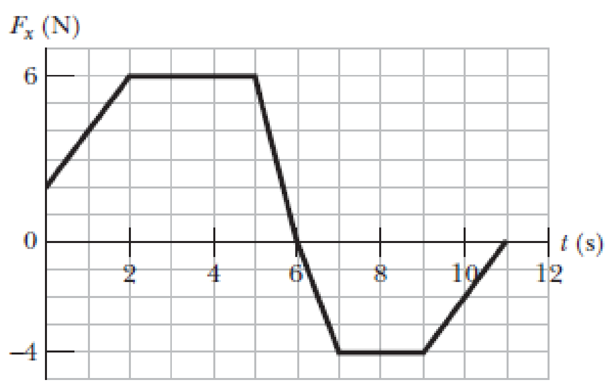
13. **Ejercicio:** En la figura (a), se aplica una fuerza $\vec{F_A}$ horizontal constante al bloque A, que empuja al bloque B con una fuerza de 20,0 N dirigida horizontalmente hacia la

derecha. En la figura (b), se aplica la misma fuerza $\vec{F_A}$ al bloque B; ahora el bloque A empuja al bloque B con una fuerza de 10,0 N dirigida horizontalmente hacia la izquierda. Los bloques tienen una masa combinada de 12,0 kg. ¿Cuáles son las magnitudes de (a) su aceleración en la figura (a) y (b) la fuerza $\vec{F_A}$?.



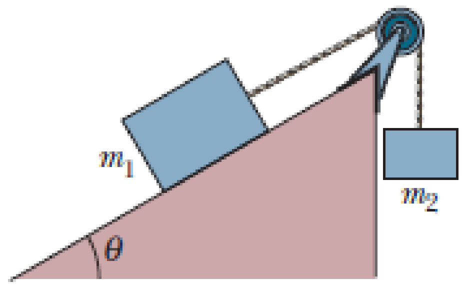
Respuesta:

14. **Ejercicio:** La figura muestra, en función del tiempo t, el componente de fuerza F_x que actúa sobre un bloque de hielo de 3.0 kg que puede moverse solo a lo largo del eje x. En t = 0, el bloque se mueve en la dirección positiva del eje, con una velocidad de 3.0 m/s. ¿Cuáles son (a) su velocidad y (b) su dirección de desplazamiento en t = 11 s?



Respuesta:

15. **Ejercicio:** Un bloque de masa $m_1 = 3.70$ kg sobre un plano sin fricción inclinado en un ángulo de 30,0° está conectado mediante una cuerda sobre una polea sin masa y sin fricción a un segundo bloque de masa $m_2 = 2.30$ kg. ¿Cuáles son (a) la magnitud de la aceleración de cada bloque, (b) la dirección de la aceleración del bloque colgante, y (c) la tensión en la cuerda?



Respuesta:

11 Trabajo Mecánico

Ejemplo 1

Una fuerza de $10\,\mathrm{N}$ se aplica para mover un objeto $5\,\mathrm{m}$ en la misma dirección de la fuerza. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza?

Solución: El trabajo realizado por una fuerza constante se calcula usando la fórmula:

$$W = F \cdot d$$

donde F es la fuerza y d es la distancia. Sustituimos los valores conocidos:

$$W = 10\,\mathrm{N} \cdot 5\,\mathrm{m} = 50\,\mathrm{J}$$

Ejemplo 2

Una fuerza de $20\,\mathrm{N}$ se aplica a un ángulo de $30°$ respecto a la dirección del movimiento del objeto, y el objeto se desplaza $4\,\mathrm{m}$. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza?

Solución: El trabajo realizado por una fuerza aplicada en un ángulo se calcula usando la fórmula:

$$W = F \cdot d \cdot \cos(\theta)$$

donde F es la fuerza, d es la distancia, y θ es el ángulo. Sustituimos los valores conocidos:

$$W = 20\,\mathrm{N} \cdot 4\,\mathrm{m} \cdot \cos(30°) = 20 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}\,\mathrm{J} \approx 69.3\,\mathrm{J}$$

Ejemplo 3

Un objeto de $2\,\mathrm{kg}$ cae desde una altura de $10\,\mathrm{m}$. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad?

Solución: El trabajo realizado por la gravedad se calcula usando la fórmula:

$$W = m \cdot g \cdot h$$

donde m es la masa, g es la aceleración debida a la gravedad ($9.8\,\mathrm{m/s^2}$), y h es la altura. Sustituimos los valores conocidos:

$$W = 2\,\mathrm{kg} \cdot 9.8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 10\,\mathrm{m} = 196\,\mathrm{J}$$

Ejemplo 4

Un objeto se mueve $6\,\mathrm{m}$ sobre una superficie horizontal con un coeficiente de fricción de 0.5 y una fuerza normal de $10\,\mathrm{N}$. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de fricción?

Solución: El trabajo realizado por la fuerza de fricción se calcula usando la fórmula:

$$W = F_{\text{fricción}} \cdot d$$

donde $F_{\text{fricción}} = \mu \cdot F_{\text{normal}}$, μ es el coeficiente de fricción y d es la distancia. Sustituimos los valores conocidos:

$$F_{\text{fricción}} = 0.5 \cdot 10\,\mathrm{N} = 5\,\mathrm{N}$$
$$W = 5\,\mathrm{N} \cdot 6\,\mathrm{m} = 30\,\mathrm{J}$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Una fuerza de 15 N se aplica para mover un objeto 3 m en la misma dirección de la fuerza. ¿Cuál es el trabajo realizado?
   Respuesta: 45 J

2. **Ejercicio:** Una fuerza de 25 N se aplica a un ángulo de 45° respecto a la dirección del movimiento del objeto, y el objeto se desplaza 5 m. ¿Cuál es el trabajo realizado?
   Respuesta: 88.4 J

3. **Ejercicio:** Un objeto de 3 kg cae desde una altura de 15 m. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad?
   Respuesta: 441 J

4. **Ejercicio:** Un objeto se mueve 8 m sobre una superficie horizontal con un coeficiente de fricción de 0.3 y una fuerza normal de 20 N. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fricción?
   Respuesta: 48 J

5. **Ejercicio:** Una fuerza de 12 N se aplica para mover un objeto 7 m en la misma dirección de la fuerza. ¿Cuál es el trabajo realizado?
   Respuesta: 84 J

6. **Ejercicio:** Una fuerza de 30 N se aplica a un ángulo de 60° respecto a la dirección del movimiento del objeto, y el objeto se desplaza 2 m. ¿Cuál es el trabajo realizado?
   Respuesta: 30 J

7. **Ejercicio:** Un objeto de 5 kg cae desde una altura de 8 m. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad?
   Respuesta: 392 J

8. **Ejercicio:** Un objeto se mueve 10 m sobre una superficie horizontal con un coeficiente de fricción de 0.2 y una fuerza normal de 25 N. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fricción?
   Respuesta: 50 J

9. **Ejercicio:** Una fuerza de 8 N se aplica para mover un objeto 12 m en la misma dirección de la fuerza. ¿Cuál es el trabajo realizado?
   Respuesta: 96 J

10. **Ejercicio:** Una fuerza de 18 N se aplica a un ángulo de 30° respecto a la dirección del movimiento del objeto, y el objeto se desplaza 5 m. ¿Cuál es el trabajo realizado?
    Respuesta: 45 J

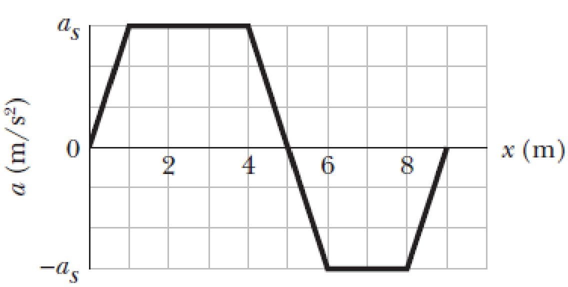
11. **Ejercicio:** Un bloque de 5 kg se desliza por un plano inclinado con un ángulo θ y

un coeficiente de fricción $\mu = 0.2$. Encuentra el ángulo θ que maximiza el trabajo realizado por la fuerza de fricción durante el deslizamiento.
Respuesta: 45°

12. **Ejercicio:** La fuerza sobre una partícula está dirigida a lo largo del eje x y dada por la función $F = F_0(\frac{x}{x_0} - 1)$. Encuentra el trabajo realizado por la fuerza al mover la partícula de x = 0 a x =$2x_0$ (a) graficando F(x) y midiendo el trabajo a partir de la gráfica e (b) integrando F(x).
Respuesta:

13. **Ejercicio:** Un bloque de 1.5 kg está inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción cuando se le aplica una fuerza horizontal a lo largo de un eje x. La fuerza viene dada por $\vec{F} = (2.5 - x^2)\hat{i}$, donde x está en metros y la posición inicial del bloque es x =0. (a) ¿Cuál es la energía cinética del bloque al pasar por x = 2.0 m? (b) ¿Cuál es la energía cinética máxima del bloque entre x = 0 y x =2.0 m?
Respuesta:

14. **Ejercicio:** La figura muestra la aceleración de una partícula de 2.0 kg cuando una fuerza aplicada $\vec{F}$ la mueve desde el reposo a lo largo del eje x desde x = 0 hasta x =9.0 m. La escala del eje vertical de la figura se establece en $6.0 m/s^2$. ¿Cuánto trabajo ha realizado la fuerza sobre la partícula cuando ésta alcanza (a) x = 4.0 m, (b) x = 7.0 m, y (c) x = 9.0 m? ¿Cuál es la velocidad y la dirección de desplazamiento de la partícula cuando alcanza (d) x = 4.0 m,(e) x = 7.0 m, y (f) x =9.0 m?



Respuesta:

15. **Ejercicio:** Una sola fuerza actúa sobre un objeto similar a una partícula de 3.0 kg cuya posición viene dada por $x = 3.0t - 4.0t^2 + 1.0t^3$, con x en metros y t en segundos. Halla el trabajo realizado por la fuerza desde t = 0 hasta t = 4.0 s.
Respuesta:

12 Conservación de la Energía Mecánica, considerando Fricción

Ejemplo 1

Un objeto de 2 kg se deja caer desde una altura de 10 m. ¿Cuál será su velocidad justo antes de tocar el suelo? (Ignorar la fricción del aire)

Solución: Usamos la conservación de la energía mecánica:

$$E_{\text{inicial}} = E_{\text{final}}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

Despejamos v:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8\,\text{m/s}^2 \cdot 10\,\text{m}} = \sqrt{196}\,\text{m/s} = 14\,\text{m/s}$$

Ejemplo 2

Un objeto de 3 kg se desliza 5 m por un plano inclinado con un ángulo de 30° y un coeficiente de fricción de 0.2. Calcula su velocidad al final del plano.

Solución: Primero, calculamos la energía potencial inicial:

$$E_p = mgh = 3\,\text{kg} \cdot 9.8\,\text{m/s}^2 \cdot (5\,\text{m} \cdot \sin(30^\circ)) = 3 \cdot 9.8 \cdot 2.5 = 73.5\,\text{J}$$

La energía disipada por fricción es:

$$W_{\text{fricción}} = F_{\text{fricción}} \cdot d = \mu \cdot F_{\text{normal}} \cdot d = 0.2 \cdot (3 \cdot 9.8 \cdot \cos(30^\circ)) \cdot 5 = 0.2 \cdot 25.5 \cdot 5 = 25.5\,\text{J}$$

La energía cinética final es:

$$E_{\text{cinética}} = E_p - W_{\text{fricción}} = 73.5\,\text{J} - 25.5\,\text{J} = 48\,\text{J}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = 48\,\text{J}$$

Despejamos v:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 48\,\text{J}}{3\,\text{kg}}} = \sqrt{32}\,\text{m/s} = 5.66\,\text{m/s}$$

Ejemplo 3

Un objeto de 4 kg se mueve por un plano horizontal 6 m. El coeficiente de fricción es 0.3. Si se aplica una fuerza de 50 N, ¿cuál es la velocidad del objeto al final?

Solución: El trabajo total realizado sobre el objeto es:

$$W = F \cdot d - F_{\text{fricción}} \cdot d = 50 \cdot 6 - 0.3 \cdot 4 \cdot 9.8 \cdot 6$$

$$W = 300 - 70.56 = 229.44\,\text{J}$$

La energía cinética final es:

$$E_{\text{cinética}} = 229.44\,\text{J}$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = 229.44\,\text{J}$$

Despejamos v:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 229.44}{4}} = \sqrt{114.72} \approx 10.71\,\text{m/s}$$

Ejemplo 4

Un péndulo de 1 kg se eleva a 0.5 m de altura y se suelta. Si el coeficiente de fricción en el pivote es 0.1, ¿cuál es su velocidad en el punto más bajo?

Solución: La energía potencial inicial es:

$$E_p = mgh = 1\,\text{kg} \cdot 9.8\,\text{m/s}^2 \cdot 0.5\,\text{m} = 4.9\,\text{J}$$

La energía disipada por fricción es proporcional al ángulo recorrido, pero para simplificación asumimos una energía disipada de 0.5 J.

$$E_{\text{cinética}} = E_p - \text{energía disipada} = 4.9\,\text{J} - 0.5\,\text{J} = 4.4\,\text{J}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = 4.4\,\text{J}$$

Despejamos v:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.4}{1}} = \sqrt{8.8} \approx 2.97\,\text{m/s}$$

Ejemplo 5

Un péndulo de longitud L y masa m se eleva a un ángulo θ desde la vertical. Encuentra el ángulo θ que maximiza la energía cinética del péndulo en su punto más bajo.

Solución: La energía potencial inicial es:

$$E_p = mgh = mgL(1 - \cos\theta)$$

En el punto más bajo, toda la energía potencial se convierte en energía cinética:

$$E_k = mgL(1 - \cos\theta)$$

Para encontrar el máximo, derivamos E_k con respecto a θ y la igualamos a cero:

$$\frac{d}{d\theta}E_k = mgL\sin\theta = 0$$

$\sin\theta = 0$ cuando $\theta = n\pi$, para $n = 0, 1, 2, \ldots$. El máximo ocurre cuando $\theta = \pi$, lo que físicamente significa que el péndulo ha sido levantado a la altura máxima posible (invertido).

Ejemplo 6

Un bloque de masa m está unido a un resorte con constante de resorte k y se comprime una distancia x_0. Encuentra la distancia x_0 que maximiza la altura alcanzada por el bloque después de ser lanzado.

Solución: La energía potencial del resorte inicialmente comprimido es:

$$E_p = \frac{1}{2}kx_0^2$$

Toda la energía potencial se convierte en energía cinética y luego en energía potencial gravitatoria:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = mgh$$

La altura alcanzada es:

$$h = \frac{kx_0^2}{2mg}$$

Para maximizar la altura, necesitamos derivar h con respecto a x_0 y la igualamos a cero:

$$\frac{d}{dx_0}h = \frac{kx_0}{mg} = 0$$

La función es monótona creciente, lo que significa que cuanto mayor sea x_0, mayor será la altura alcanzada.

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Un objeto de 2 kg se deja caer desde una altura de 15 m. ¿Cuál será su velocidad justo antes de tocar el suelo? (Ignorar la fricción del aire)
   Respuesta: 17.15 m/s

2. **Ejercicio:** Un objeto de 4 kg se desliza 10 m por un plano inclinado con un ángulo de 45° y un coeficiente de fricción de 0.1. Calcula su velocidad al final del plano.
   Respuesta: 11.89 m/s

3. **Ejercicio:** Un objeto de 3 kg se mueve por un plano horizontal 8 m. El coeficiente de fricción es 0.2. Si se aplica una fuerza de 40 N, ¿cuál es la velocidad del objeto al final?
   Respuesta: 10.26 m/s

4. **Ejercicio:** Un péndulo de 2 kg se eleva a 0.6 m de altura y se suelta. Si el coeficiente de fricción en el pivote es 0.2, ¿cuál es su velocidad en el punto más bajo?
   Respuesta: 2.69 m/s

5. **Ejercicio:** Un objeto de 5 kg se deja caer desde una altura de 20 m. ¿Cuál será su velocidad justo antes de tocar el suelo? (Ignorar la fricción del aire)
   Respuesta: 19.8 m/s

6. **Ejercicio:** Un objeto de 2.5 kg se desliza 6 m por un plano inclinado con un ángulo de 35° y un coeficiente de fricción de 0.15. Calcula su velocidad al final del plano.
   Respuesta: 7.59 m/s

7. **Ejercicio:** Un objeto de 6 kg se mueve por un plano horizontal 4 m. El coeficiente de fricción es 0.25. Si se aplica una fuerza de 30 N, ¿cuál es la velocidad del objeto al final?
   Respuesta: 6.93 m/s

8. **Ejercicio:** Un péndulo de 1.5 kg se eleva a 0.4 m de altura y se suelta. Si el coeficiente de fricción en el pivote es 0.1, ¿cuál es su velocidad en el punto más bajo?
   Respuesta: 2.22 m/s

9. **Ejercicio:** Un objeto de 3 kg se deja caer desde una altura de 25 m. ¿Cuál será su velocidad justo antes de tocar el suelo? (Ignorar la fricción del aire)
   Respuesta: 22.14 m/s

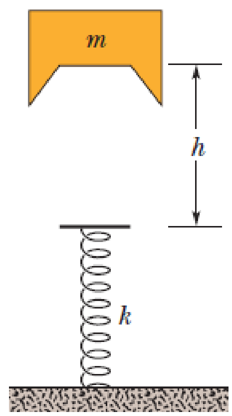
10. **Ejercicio:** Un objeto de 4.5 kg se desliza 7 m por un plano inclinado con un ángulo de 40° y un coeficiente de fricción de 0.1. Calcula su velocidad al final del plano.
    Respuesta: 9.27 m/s

11. **Ejercicio** Un bloque de 2 kg está unido a un resorte con una constante $k = 50\,\mathrm{N/m}$ y se comprime una distancia 0.1 m. Encuentra la distancia que maximiza la energía

potencial almacenada en el resorte.
Respuesta: La distancia es ilimitada ya que la energía potencial es monótona creciente con la compresión del resorte.

12. **Ejercicio**
Un objeto se lanza con una velocidad inicial de 30 m/s en un ángulo θ respecto a la horizontal. Encuentra el ángulo θ que maximiza la altura alcanzada por el objeto.
Respuesta: 45°

13. **Ejercicio:** Un bloque de masa m =2.0 kg se deja caer desde una altura h = 40 cm sobre un resorte de constante elástica k=1960 N/m, como se muestra en la figura. Hallar la distancia máxima a la que se comprime el resorte.



Respuesta:

14. **Ejercicio:** Una fuerza conservativa $\vec{F} = (6.0x - 12)\hat{\imath}$ N, donde x está en metros, actúa sobre una partícula que se mueve a lo largo del eje x. A la energía potencial U asociada a esta fuerza se le asigna un valor de 27 J en x = 0. (a) Escribe una expresión para U en función de x, con U en julios y x en metros. (b) ¿Cuál es la máxima energía potencial positiva? ¿A qué valor (c) negativo y (d) positivo de x es igual a cero la energía potencial?
Respuesta:

13 Ley de Coulomb

Ejemplo 1

Dos cargas puntuales de $+3\,\mu$C y $-2\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.5 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?

Solución: Usamos la ley de Coulomb:

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Donde $k_e = 8.99 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$, $q_1 = +3\,\mu\mathrm{C} = 3 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$, $q_2 = -2\,\mu\mathrm{C} = -2 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$, y $r = 0.5\,\mathrm{m}$:

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{|3 \times 10^{-6} \cdot -2 \times 10^{-6}|}{(0.5)^2}$$

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{6 \times 10^{-12}}{0.25} = 2.16 \times 10^{-1}\,\mathrm{N}$$

Ejemplo 2

Dos cargas de $+1$ C y $+1$ C están separadas por una distancia de 1 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?

Solución: Usamos la ley de Coulomb:

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Donde $k_e = 8.99 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$, $q_1 = q_2 = 1\,\mathrm{C}$, y $r = 1\,\mathrm{m}$:

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{1 \cdot 1}{1^2} = 8.99 \times 10^9\,\mathrm{N}$$

Ejemplo 3

Dos cargas de $-4\,\mu$C y $+6\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.3 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?

Solución: Usamos la ley de Coulomb:

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Donde $k_e = 8.99 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$, $q_1 = -4\,\mu\mathrm{C} = -4 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$, $q_2 = +6\,\mu\mathrm{C} = 6 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$, y $r = 0.3\,\mathrm{m}$:

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{|(-4 \times 10^{-6})(6 \times 10^{-6})|}{(0.3)^2}$$

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{24 \times 10^{-12}}{0.09} = 2.40\,\mathrm{N}$$

Ejemplo 4

Dos cargas de $+2\,\mathrm{C}$ y $-3\,\mathrm{C}$ están separadas por una distancia de $2\,\mathrm{m}$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?

Solución: Usamos la ley de Coulomb:

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Donde $k_e = 8.99 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$, $q_1 = +2\,\mathrm{C}$, $q_2 = -3\,\mathrm{C}$, y $r = 2\,\mathrm{m}$:

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{|(2)(-3)|}{(2)^2}$$

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{6}{4} = 1.35 \times 10^{10}\,\mathrm{N}$$

Ejemplo 5

Dos cargas q_1 y q_2 se colocan a una distancia d entre sí. Encuentra la distancia d que maximiza la fuerza electrostática entre ellas si $q_1 = 2\,\mathrm{C}$ y $q_2 = 3\,\mathrm{C}$.

Solución: La fuerza electrostática entre dos cargas está dada por la Ley de Coulomb:

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{d^2}$$

Donde k_e es la constante de Coulomb ($8.99 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$).

Para maximizar la fuerza F, observamos que la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d. La fuerza es máxima cuando la distancia d es mínima. En la práctica, esto significa que d debería ser lo más pequeño posible, idealmente $d \to 0$, aunque esto no es físicamente posible debido a las limitaciones físicas.

Ejemplo 6

Una carga q se mueve desde un punto A a un punto B en presencia de otra carga fija Q. Encuentra la trayectoria que minimiza el trabajo necesario para mover la carga q.

Solución: El trabajo realizado para mover una carga q en un campo eléctrico es:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

La fuerza ejercida por la carga fija Q sobre la carga móvil q es:

$$\vec{F} = k_e \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$

Para minimizar el trabajo, la carga q debe moverse a lo largo de una trayectoria tal que $\vec{F}$ y $d\vec{r}$ estén en la misma dirección (o sea, la línea recta que une A y B).

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Dos cargas de $+5\,\mu$C y $-3\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.4 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 8.99×10^{-1} N

2. **Ejercicio:** Dos cargas de $+2$ C y $+3$ C están separadas por una distancia de 1 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 5.394×10^{10} N

3. **Ejercicio:** Dos cargas de $-1\,\mu$C y $+1\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.5 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 3.596×10^{-2} N

4. **Ejercicio:** Dos cargas de $+4\,\mu$C y $+4\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.2 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 3.596 N

5. **Ejercicio:** Dos cargas de $+10\,\mu$C y $-10\,\mu$C están separadas por una distancia de 1 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 8.99×10^{-1} N

6. **Ejercicio:** Dos cargas de $+7\,\mu$C y $-7\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.7 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 9.00×10^{-1} N

7. **Ejercicio:** Dos cargas de $-3\,\mu$C y $+3\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.6 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 2.25×10^{-1} N

8. **Ejercicio:** Dos cargas de $+8\,\mu$C y $-4\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.8 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 4.49×10^{-1} N

9. **Ejercicio:** Dos cargas de $-5\,\mu$C y $-5\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.5 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
   Respuesta: 8.99×10^{-1} N

10. **Ejercicio:** Dos cargas de $+6\,\mu$C y $+6\,\mu$C están separadas por una distancia de 0.3 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática entre ellas?
    Respuesta: 3.596 N

11. **Ejercicio:** Dos cargas de 5 C y 7 C están separadas por una distancia d. Encuentra la distancia que maximiza la fuerza electrostática entre ellas.
    Respuesta: La fuerza es máxima cuando la distancia es mínima (idealmente $d \to 0$).

12. **Ejercicio:** Dos cargas de magnitudes $q_1 = x$ y $q_2 = 2x$ están separadas por una distancia de $1\,\mathrm{m}$. Encuentra la magnitud de x que maximiza la fuerza entre ellas.
Respuesta: Cualquier valor de x maximiza la fuerza, ya que la fuerza aumenta linealmente con x.

13. **Ejercicio:** Una carga de $1\,\mathrm{C}$ se mueve en presencia de una carga fija de $10\,\mathrm{C}$. Encuentra la trayectoria que minimiza el trabajo necesario para mover la carga $1\,\mathrm{C}$ de una distancia $2\,\mathrm{m}$ a una distancia $1\,\mathrm{m}$ de la carga fija.
Respuesta: La trayectoria recta entre los dos puntos.

14 Ley de Ohm

Ejemplo 1

Un resistor tiene una resistencia de $10\,\Omega$ y se conecta a una fuente de voltaje de $5\,\mathrm{V}$. ¿Cuál es la corriente que fluye a través del resistor?

Solución: Usamos la Ley de Ohm:

$$V = IR$$

Despejamos la corriente I:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5\,\mathrm{V}}{10\,\Omega} = 0.5\,\mathrm{A}$$

Ejemplo 2

Un resistor de $15\,\Omega$ tiene una corriente de $2\,\mathrm{A}$ fluyendo a través de él. ¿Cuál es el voltaje a través del resistor?

Solución: Usamos la Ley de Ohm:

$$V = IR$$

Sustituimos los valores:

$$V = 2\,\mathrm{A} \cdot 15\,\Omega = 30\,\mathrm{V}$$

Ejemplo 3

Si un resistor tiene una resistencia de $8\,\Omega$ y una corriente de $1.5\,\mathrm{A}$ fluye a través de él, ¿cuál es el voltaje a través del resistor?

Solución: Usamos la Ley de Ohm:

$$V = IR$$

Sustituimos los valores:

$$V = 1.5\,\mathrm{A} \cdot 8\,\Omega = 12\,\mathrm{V}$$

Ejemplo 4

¿Cuál es la resistencia de un resistor si se conecta a una fuente de $24\,\mathrm{V}$ y la corriente medida es de $3\,\mathrm{A}$?

Solución: Usamos la Ley de Ohm:

$$V = IR$$

Despejamos la resistencia R:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{24\,\mathrm{V}}{3\,\mathrm{A}} = 8\,\Omega$$

Ejercicios

1. **Ejercicio:** Un resistor tiene una resistencia de $5\,\Omega$ y se conecta a una fuente de voltaje de $10\,\text{V}$. ¿Cuál es la corriente que fluye a través del resistor?
   Respuesta: $2\,\text{A}$

2. **Ejercicio:** Un resistor de $20\,\Omega$ tiene una corriente de $1.5\,\text{A}$ fluyendo a través de él. ¿Cuál es el voltaje a través del resistor?
   Respuesta: $30\,\text{V}$

3. **Ejercicio:** Si un resistor tiene una resistencia de $12\,\Omega$ y una corriente de $0.5\,\text{A}$ fluye a través de él, ¿cuál es el voltaje a través del resistor?
   Respuesta: $6\,\text{V}$

4. **Ejercicio:** ¿Cuál es la resistencia de un resistor si se conecta a una fuente de $48\,\text{V}$ y la corriente medida es de $6\,\text{A}$?
   Respuesta: $8\,\Omega$

5. **Ejercicio:** Un resistor tiene una resistencia de $10\,\Omega$ y se conecta a una fuente de voltaje de $20\,\text{V}$. ¿Cuál es la corriente que fluye a través del resistor?
   Respuesta: $2\,\text{A}$

6. **Ejercicio:** Un resistor de $25\,\Omega$ tiene una corriente de $2\,\text{A}$ fluyendo a través de él. ¿Cuál es el voltaje a través del resistor?
   Respuesta: $50\,\text{V}$

7. **Ejercicio:** Si un resistor tiene una resistencia de $6\,\Omega$ y una corriente de $2\,\text{A}$ fluye a través de él, ¿cuál es el voltaje a través del resistor?
   Respuesta: $12\,\text{V}$

8. **Ejercicio:** ¿Cuál es la resistencia de un resistor si se conecta a una fuente de $36\,\text{V}$ y la corriente medida es de $4\,\text{A}$?
   Respuesta: $9\,\Omega$

9. **Ejercicio:** Un resistor tiene una resistencia de $7\,\Omega$ y se conecta a una fuente de voltaje de $14\,\text{V}$. ¿Cuál es la corriente que fluye a través del resistor?
   Respuesta: $2\,\text{A}$

10. **Ejercicio:** Un resistor de $30\,\Omega$ tiene una corriente de $1.5\,\text{A}$ fluyendo a través de él. ¿Cuál es el voltaje a través del resistor?
    Respuesta: $45\,\text{V}$

15 Circuitos en Serie y Paralelo

Ejemplo 1

Un circuito en serie está compuesto por tres resistencias de $4\,\Omega$, $6\,\Omega$ y $8\,\Omega$ conectadas a una fuente de $18\,\mathrm{V}$. ¿Cuál es la corriente total en el circuito?

Solución: En un circuito en serie, la resistencia total R_{total} es la suma de todas las resistencias:

$$R_{\text{total}} = R_1 + R_2 + R_3 = 4\,\Omega + 6\,\Omega + 8\,\Omega = 18\,\Omega$$

Usamos la Ley de Ohm para encontrar la corriente total:

$$I = \frac{V}{R_{\text{total}}} = \frac{18\,\mathrm{V}}{18\,\Omega} = 1\,\mathrm{A}$$

Ejemplo 2

Un circuito en paralelo está compuesto por tres resistencias de $2\,\Omega$, $3\,\Omega$ y $6\,\Omega$ conectadas a una fuente de $12\,\mathrm{V}$. ¿Cuál es la corriente total en el circuito?

Solución: En un circuito en paralelo, la inversa de la resistencia total R_{total} es la suma de las inversas de cada resistencia:

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{3\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega}$$

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{3}{6\,\Omega} + \frac{2}{6\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega} = \frac{6}{6\,\Omega} = 1 \implies R_{\text{total}} = 1\,\Omega$$

Usamos la Ley de Ohm para encontrar la corriente total:

$$I = \frac{V}{R_{\text{total}}} = \frac{12\,\mathrm{V}}{1\,\Omega} = 12\,\mathrm{A}$$

Ejemplo 3

Un circuito está compuesto por dos resistencias de $3\,\Omega$ y $6\,\Omega$ en serie, conectadas en paralelo con una resistencia de $2\,\Omega$. Si la fuente de voltaje es de $12\,\mathrm{V}$, ¿cuál es la corriente total en el circuito?

Solución: Primero, encontramos la resistencia equivalente de las resistencias en serie:

$$R_{\text{serie}} = 3\,\Omega + 6\,\Omega = 9\,\Omega$$

Luego, encontramos la resistencia total del circuito en paralelo:

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{R_{\text{serie}}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{9\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega}$$

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{9\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega} = \frac{2+9}{18} = \frac{11}{18} \implies R_{\text{total}} = \frac{18}{11}\,\Omega \approx 1.64\,\Omega$$

Usamos la Ley de Ohm para encontrar la corriente total:

$$I = \frac{V}{R_{\text{total}}} = \frac{12\,\mathrm{V}}{\frac{18}{11}\,\Omega} = \frac{12 \times 11}{18} = 7.33\,\mathrm{A}$$

Ejemplo 4

Determine la resistencia equivalente entre los puntos a y b para la combinación que se muestra en la figura 1 del circuito (a).

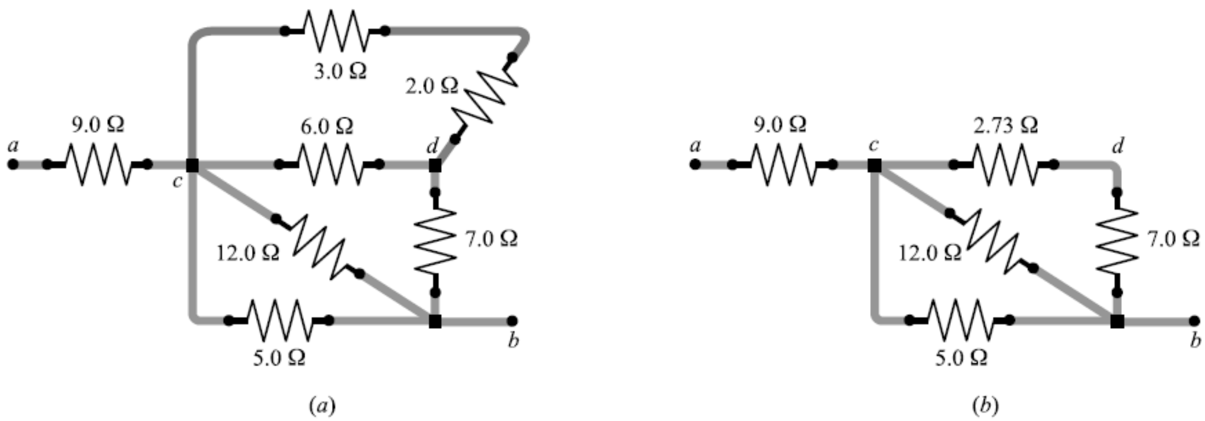


Figure 1:

Solución: Los resistores de $3.0\,\Omega$ y $2.0\,\Omega$ están conectados en serie y son equivalentes a un resistor de $5.0\,\Omega$. Estos $5.0\,\Omega$ equivalentes están en paralelo con los $6.0\,\Omega$ y su resistencia equivalente, R1, es

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega} = 0.20 + 0.167 = 0.3671\,\Omega^{-1}\,o\,R_1 = 2.73\,\Omega$$

El circuito reducido hasta el momento se muestra en la figura 1 (b). Los $7.0\,\Omega$ y $2.73\,\Omega$ equivalen a $9.73\,\Omega$. Ahora los $5.0\,\Omega$, $12.0\,\Omega$ y $9.73\,\Omega$ están en paralelo, y su equivalente, R2, es

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega} + \frac{1}{9.73\,\Omega} = 0.386\,\Omega^{-1}\,o\,R_2 = 2.6\,\Omega$$

Estos $2.6\,\Omega$ están en serie con el resistor de $9.0\,\Omega$. Por tanto, la resistencia equivalente de la combinación es $9.0\,\Omega + 2.6\,\Omega = 11.6\,\Omega$.

Ejemplo 5

Para el circuito de la figura 2, encuentre

1. I_1, I_2 e I_3;
2. la corriente en el resistor de 12 Ω.

Solución: a) El circuito se reduce al que se muestra en la figura 2b. Ahí se tienen $24\,\Omega$ en paralelo con $12\,\Omega$, de modo que la resistencia equivalente por abajo de los puntos a y b es

$$\frac{1}{R_{\text{ab}}} = \frac{1}{24\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega} = \frac{3}{24\,\Omega}\,\Omega^{-1}\,o\,R_{\text{ab}} = 8\,\Omega$$

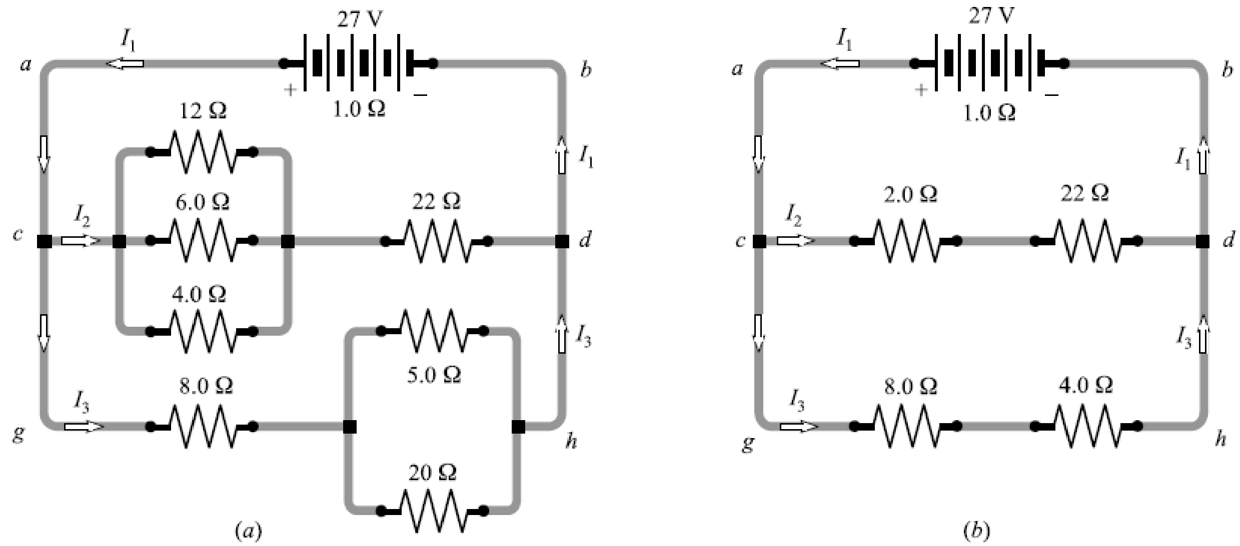


Figure 2:

Al sumar a esto la resistencia interna de la batería de $1.0\,\Omega$ se obtiene una resistencia equivalente total de $9.0\,\Omega$. Para encontrar la corriente de la batería, se escribe

$$I_1 = \frac{V}{R_{\mathrm{eq}}} = \frac{27}{9\,\Omega} = 3A$$

Esta misma corriente fluye a través de la resistencia equivalente por abajo de a y b, así que Diferencia de potencial de a a b = Diferencia de potencial de c a d = $I_1 R_{ab}$ = (3.0A)($8.0\,\Omega$) = 24 V

Ejercicios

1. **Ejercicio:** En un circuito en serie, hay resistencias de $10\,\Omega$, $20\,\Omega$ y $30\,\Omega$. Si la fuente de voltaje es de $60\,\text{V}$, ¿cuál es la corriente total en el circuito?
   Respuesta: $1\,\text{A}$

2. **Ejercicio:** Un circuito en paralelo tiene resistencias de $5\,\Omega$, $10\,\Omega$ y $20\,\Omega$. Si la fuente de voltaje es de $10\,\text{V}$, ¿cuál es la corriente total en el circuito?
   Respuesta: $5.5\,\text{A}$

3. **Ejercicio:** En un circuito compuesto por dos resistencias de $4\,\Omega$ y $12\,\Omega$ en serie, conectadas en paralelo con una resistencia de $6\,\Omega$, ¿cuál es la resistencia total?
   Respuesta: $3\,\Omega$

4. **Ejercicio:** Tres resistencias de $2\,\Omega$, $4\,\Omega$ y $8\,\Omega$ están conectadas en serie a una fuente de $24\,\text{V}$. ¿Cuál es la corriente total en el circuito?
   Respuesta: $2\,\text{A}$

5. **Ejercicio:** Un circuito en paralelo tiene resistencias de $3\,\Omega$, $6\,\Omega$ y $9\,\Omega$. Si la fuente de voltaje es de $18\,\text{V}$, ¿cuál es la corriente total en el circuito?
   Respuesta: $11\,\text{A}$

6. **Ejercicio:** En un circuito con dos resistencias de $5\,\Omega$ y $10\,\Omega$ en serie, conectadas en paralelo con una resistencia de $15\,\Omega$, ¿cuál es la resistencia total?
   Respuesta: $5\,\Omega$

7. **Ejercicio:** Tres resistores, de $40\,\Omega$, $60\,\Omega$ y $120\,\Omega$, se conectan en paralelo, y este grupo paralelo se conecta en serie con $15\,\Omega$, que a su vez están en serie con $25\,\Omega$. Luego el sistema completo se conecta a una fuente de 120 V. Determine: a) la corriente en la de $25\,\Omega$, b) la caída de potencial a través del grupo paralelo, c) la caída de potencial a través de la de $25\,\Omega$, d) la corriente en la de $60\,\Omega$, e) la corriente en la de $40\,\Omega$.
   Respuesta: a) 2.0 A; b) 40 V; c) 50 V; d) 0.67 A; e) 1.0 A.

8. **Ejercicio:** En un circuito en serie, hay resistencias de $7\,\Omega$, $14\,\Omega$ y $21\,\Omega$. Si la fuente de voltaje es de $42\,\text{V}$, ¿cuál es la corriente total en el circuito?
   Respuesta: $1\,\text{A}$

9. **Ejercicio:** Un circuito en paralelo tiene resistencias de $4\,\Omega$, $8\,\Omega$ y $16\,\Omega$. Si la fuente de voltaje es de $16\,\text{V}$, ¿cuál es la corriente total en el circuito?
   Respuesta: $6\,\text{A}$

10. **Ejercicio:** En un circuito compuesto por dos resistencias de $2\,\Omega$ y $6\,\Omega$ en serie, conectadas en paralelo con una resistencia de $3\,\Omega$, ¿cuál es la resistencia total?
    Respuesta: $1.5\,\Omega$

16 Bibliografía

1. Física General, Frederick J. Bueche, Eugene Hetch.

2. Física Para Ciencias E Ingeniería, Raymond A. Serway, John W. Jewett.

3. Física para la ciencia y la tecnología I y II, Paul Allen Tipler.

4. Fundamentos de Física, Halliday y Resnick; Jearl Walker.

5. Mecánica vectorial para ingenieros; Estática., E. P. Beer, E. R. Johnston y E. R. Eisenberg.